

Hunyadi László, Vita László

# Statisztika közgazdászoknak

Tartalom

ELŐSZÓ

## **1. ALAPFOGALMAK**

- 1.1. A statisztika mibenlétéről
- 1.2. A valóság statisztikai leképezése
  - 1.2.1. A sokaság
  - 1.2.2. Ismérvek és mérési skálák
- 1.3. Adatszerzési módok
- 1.4. Adathasznosítási módok
- 1.5. Statisztikai alapműveletek, egyszerű elemzések
  - 1.5.1. Statisztikai alapműveletek
  - 1.5.2. Elemzés viszonyszámokkal
  - 1.5.3. A grafikus ábrázolás alapjai
- 1.6. Összefoglalás
- 1.7. Gyakorló feladatok

## **2. AZ INFORMÁCIÓSŰRÍTÉS ESZKÖZEI**

- 2.1. A sokaság egy ismerv szerinti vizsgálata
  - 2.1.1. Mennyiségi ismerv szerinti rendezés és osztályozás
  - 2.1.2. Értékösszegek képzése. Kumulálás
  - 2.1.3. Kvantilis értékek
  - 2.1.4. A mennyiségi sorok grafikus ábrázolása
  - 2.1.5. A gyakorisági eloszlások jellegzetességei
- 2.2. Részekre bontott sokaságok vizsgálata
  - 2.2.1. Rész- és összetett viszonyszámok
  - 2.2.2. Rész- és főátlagok
  - 2.2.3. Rész- és főszokaságok varianciája és szórása
- 2.3. A sokaság több ismerv szerinti vizsgálata
  - 2.3.1. Az ismérvek közötti kapcsolat fogalma és fajtái
  - 2.3.2. A kapcsolatvizsgálat általános eszközei
  - 2.3.3. Asszociáció
  - 2.3.4. A vegyes kapcsolat
  - 2.3.5. A korreláció
  - 2.3.6. Rangkorreláció
- 2.4. Összefoglalás
- 2.5. Gyakorló feladatok

## **3. ÖSSZEHASONLÍTÁS STANDARDIZÁLÁSSAL ÉS INDEXSZÁMÍTÁSSAL..**

- 3.1. Standardizálás: különbségfelbontás és indexszámítás
  - 3.1.1. Különbségfelbontás
  - 3.1.2. Standardizáláson alapuló indexek (hányadosfelbontás)
- 3.2. Érték-, ár- és volumenindexek
  - 3.2.1. Két időszakra vonatkozó indexszámítás
  - 3.2.2. Több időszakra vonatkozó indexszámítás
  - 3.2.3. A bruttó hazai termék indexei

- 3.2.4. Területi indexek
- 3.2.5. Az indexpróbákról
- 3.3. A kétféle indexszámítás összefüggéséről
- 3.4. Összefoglalás
- 3.5. Gyakorló feladatok

#### **4. MINTAVÉTEL**

- 4.1. Bevezetés a mintavételbe
- 4.2. Alapfogalmak
- 4.3. A mintajellemzők fontosabb tulajdonságai
- 4.4. A statisztikai dedukciótól az indukcióig.
- 4.5. Véletlen mintavételi tervek
  - 4.5.1. Független, azonos eloszlású (FAE) minta
  - 4.5.2. Egyszerű véletlen (EV) minta
  - 4.5.3. Rétegzett (R) minta
  - 4.5.4. Csoportos (CS) minta
  - 4.5.5. Többlépcsős (TL) mintavétel
- 4.6. Nemvéletlen mintavételi eljárások
- 4.7. Kombinált és mesterséges minták
- 4.8. Nemválaszolások a mintában
- 4.9. Összefoglalás
- 4.10. Gyakorló feladatok

#### **5. STATISZTIKAI BECSLÉSEK**

- 5.1. Alapfogalmak
- 5.2. A becslő függvény tulajdonságai
  - 5.2.1. Kismintás becslési kritériumok
  - 5.2.2. Nagymintás becslési kritériumok
- 5.3. A pontbecslés módszerei
  - 5.3.1. A legkisebb négyzetek módszere
  - 5.3.2. A momentumok módszere
  - 5.3.3. A maximum likelihood (ML) módszer
- 5.4. Az intervallumbecslés alapjai
- 5.5. Intervallumbecslés FAE minta esetén
  - 5.5.1. A sokasági várható érték becslése
  - 5.5.2. Az értékösszeg becslése
  - 5.5.3. Sokasági arány becslése
  - 5.5.4. A sokasági szórásnégyzet becslése
  - 5.5.5. Két várható érték különbségének becslése
  - 5.5.6. Hányadosbecslés
- 5.6. Becslés véges sokaságból vett minták esetén
  - 5.6.1. Alapfogalmak
  - 5.6.2. Adag- és értékösszegbecslés egyszerű véletlen minta esetén
  - 5.6.3. Átlag- és értékösszegbecslés rétegzett mintából
  - 5.6.4. Átlag- és értékösszegbecslés csoportos mintából
- 5.7. Általános közelítő eljárások
  - 5.7.1. A független részminták módszere
  - 5.7.2. Számítógépes ismétlések
- 5.8. Egyéb becslések
- 5.9. Összefoglalás
- 5.10. Gyakorló feladatok

## **6. HIPOTÉZISEK VIZSGÁLATA**

- 6.1. A hipotézisvizsgálat menete és kellékei
  - 6.1.1. A vizsgálandó hipotézis megfogalmazása
  - 6.1.2. A próbafüggvény
  - 6.1.3. A kritikus tartomány
  - 6.1.4. Összetett nullhipotézisek vizsgálata
- 6.2. A hipotézisvizsgálat során elkövethető hibák
- 6.3. A legfontosabb paraméteres és nagymintás nemparaméteres próbák
  - 6.3.1. Egymintás próbák
  - 6.3.2. Kétmintás próbák
  - 6.3.3. Több függeden mintás próbák
- 6.4. Kismintás nemparaméteres próbák
  - 6.4.1. Binomiális próba
  - 6.4.2. Sorozatpróbák
  - 6.4.3. Rangösszegpróba
- 6.5. Néhány gyakorlati kérdés
- 6.6. Összefoglalás
- 6.7. Gyakorló feladatok

## **7. IDŐSOROK ELEMZÉSE**

- 7.1. Alapfogalmak és alapmodellek
  - 7.1.1. Egyszerű elemzési módszerek
  - 7.1.2. Az idősorelemzés modelljei
- 7.2. Dekompozíciós idősormodellek I. Trendsámítás
  - 7.2.1. Analitikus trendsámítás
  - 7.2.2. Mozgóádagolású trendsámítás
  - 7.2.3. A konjunktúraciklus kimutatása
- 7.3. Dekompozíciós idősormodellek II. Szezonális ingadozások
- 7.4. A rövid távú idősorelemzés néhány további módszere
  - 7.4.1. A simító eljárásokról
  - 7.4.2. Az ARMA idősorelemzés alapjai
- 7.5. Összefoglalás
- 7.6. Gyakorló feladatok

## **8. KORRELÁCIÓ- ÉS REGRESSZIÓSZÁMÍTÁS**

- 8.1. Alapfogalmak, jelölések, modellek
  - 8.1.1. Sokasági összefüggések
  - 8.1.2. Összefüggések a mintában
- 8.2. A kétváltozós regressziós modell
  - 8.2.1. Mintán belüli eredmények
  - 8.2.2. Mintavételi tulajdonságok
  - 8.2.3. Intervallumbecslés
  - 8.2.4. Hipotézisvizsgálat
  - 8.2.5. Nemlineáris modellek
- 8.3. Többváltozós korreláció- és regressziószámítás
  - 8.3.1. Elemzés a mintán belül
  - 8.3.2. Következtetés a mintából
  - 8.3.3. Speciális sokváltozós problémák
- 8.4. Kitekintés
- 8.5. Összefoglalás
- 8.6. Gyakorló feladatok

**9. A STATISZTIKA A TÁRSADALOM SZOLGÁLATÁBAN**

- 9.1. A statisztikai információ-rendszer és annak működése ...
- 9.2. A hivatalos statisztikai szolgálat
- 9.3. A statisztikai tevékenység etikája
- 9.4. Összefoglalás

**FÜGGELÉK**

**TÁRGYMUTATÓ**

**IRODALOM**

**ANGOL NYELVŰ TARTALOM**

## Előszó

A közgazdászképzésben régebben és a közelmúltban is sikeres tankönyvek egész sora állt rendelkezésre a mindenki számára kötelező, bevezető jellegű statisztikai kurzusok céljaira. Ha csupán a Budapesti Közgazdaságtudományi és Államigazgatási Egyetemet és elődeit tekintjük, feltétlenül meg kell említeni Köves Pálnak és Párniczky Gábornak a statisztika oktatását évtizedekig meghatározó, időközben többször is lényegesen megújuló és bővülő Általános statisztika című tankönyvét, és az ezen felnőtt utódot: Hunyadi László, Mundruczó György és Vita László ugyancsak több kiadást megért Statisztika c. jegyzetét és könyvét. Most, a 3. évezred elején ez a sor egy újabb, reményeink szerint hasonlóan színvonalas és sikeres taggal bővül.

Amikor jelen könyv írásának nekikezdtünk, célunk az volt, hogy a hosszú évtizedek tapasztalataira, valamint az említett Statisztika c. könyv anyagára támaszkodva olyan könyv szülessen, ami közvetlen elődeinél némileg egyszerűbb, jobban igazodik az egyre inkább tömegessé váló oktatás igényeihez. Emellett azt is célul tűztük ki, hogy lépést tartson a tudományág fő áramlataival, s ennél fogva minden olyan ismeretet tartalmazzon, ami egyfelől minimumként szükséges azoknak a hallgatónak, akik számára a statisztika tanulása az alapismeretek megszerzésével befejeződik, ugyanakkor megfelelő alapokat biztosítson azok számára is, akik további, magasabb szintű statisztikai oktatásban is részt kívánnak venni. Az átdolgozást megnehezítette és fájdalmassá tette az, hogy Mundruczó György kollégánkat és szerzőtársunkat ebben az időszakban veszítettük el. Az átdolgozást ugyanakkor nem lehetett tovább halogatni. Ennek eredményeként olyan könyvet készítettünk, amely bár támaszkodik a korábbi közös munkáinkra, tartalmilag is, formailag is annyit változott, hogy nem egy új kiadásnak, hanem új könyvnek tekintjük. Erre utal a megváltozott cím is.

A könyv kiadásával célunk változatlanul az volt, hogy igényes tananyagot adjunk a közgazdasági és társadalomtudományi

képzésben résztvevő valamennyi hallgató számára, beleértve az örvendetesen szaporodó módszertanigényes intenzív képzési formákat is. Emellett törekedtünk arra, hogy a könyv a gyakorló szakemberek számára is jól hasznosítható kézikönyv legyen.

A könyv szerkezete köved a statisztikakönyvek hagyományait: a legegyszerűbb módszerektől indulva fokozatosan építkezve jut el a statisztikai modellépítés első lépcsőjéig. A könyv világosan és következetesen szét kívánja választani a statisztika leíró és következtető (induktív) módszereit, ugyanakkor megmutatja azt is, hogy maga a diszciplína egységes egész, ahol az egyes területek óhatatlanul egymásra vannak utalva, egymás eredményeit kölcsönösen használják, kiegészítik, erősítik. Ami nem hagyományos a szerkezetben, az az, hogy jóllehet a könyv alapvetően módszertani beállítottságú, a szokásosnál nagyobb figyelmet fordít a gazdaságstatisztika egyes makroszintű vonatkozásaira (indexszámítás, nemzetközi összehasonlítások, a GDP-számítás egyes kérdései), valamint a hivatalos statisztikai szolgálat kereteinek, működésének és legfőbb termékeinek bemutatására.

Az egyes fejezeteken belül a szöveges részben viszonylag ritkán mutatjuk meg a teljes matematikai háttérrel, és viszonylag kevés a levezetés, a bizonyítás. Ezek egy részét a gyakorló feladatokban helyeztük el, más részét eleve az Olvasóra bízunk. Ennek a szemléletnek az alapja az, hogy nem a matematikai apparátust, hanem sokkal inkább a statisztikai gondolkodást szeretnénk az előtérbe állítani, az Olvasót pedig arra szeretnénk bízni, hogy gondolkozzék el a problémákon, az elveken, az ötleteken, s intuitíve (is) jusson közel a statisztikához, a statisztikai gondolkodáshoz.

Ugyanez érvényes a számítástechnikai vonatkozásokra is. Könyvünk írásakor tökéletesen tudatában vagyunk annak, hogy korszerű statisztika nem létezhet megfelelő számítási háttér nélkül. Ugyanakkor nem engedtünk a kísértésnek, és egyáltalán nem mentünk bele a számítástechnikai részletekbe. Ennek oka részben az, amit fentebb a matematikával kapcsolatban kifejtettünk, részben pedig az, hogy a számítástechnika hihetetlenül gyors fejlődése következtében

a felhasznált programcsomagok gyorsan cserélődnek, s emiatt erősen féltő, hogy egy-két év alatt használhatatlanná válnak az erre vonatkozó információk.

A szöveges részt kidolgozott számszerű példákkal illusztráljuk, amelyek során egyrészt rámutatunk a számítások menetére (főleg ott, ahol ez a módszer jobb megértését segíti elő), másrészt — és főként — az alkalmazások feltételeire, illetve lehetőségeire és az eredmények helyes interpretációjára. A szöveges részt és a példákat fejezetenként összefoglaló és meg nem oldott, az önálló munkát ösztönző gyakorló feladatok egészítik ki. A könyv végén a függelék a gyakran használt statisztikai táblázatokat tartalmazza az azok használatára vonatkozó útmutatásokkal együtt. Ugyancsak szerves részét képezi a könyvnek a tájékozódást segítő magyar és angol nyelvű tárgymutató, a bőséges irodalom- jegyzék, valamint az angol nyelvű tartalomjegyzék. A tárgymutató címszavainak angol megfelelőit a szakirodalom és a statisztikai programcsomagok eredménytábláinak olvasását megkönnyítendő adjuk meg.

A könyvhöz szorosan hozzá tartozik a vele együtt megjelenő Képletgyűjtemény, amely elsősorban oktatási célokot szolgál: olyan segédeszköz, ami mentesíti a hallgatókat a formulák felesleges memorizálásának terhe alól, ezáltal is ösztönözve őket arra, hogy a statisztikai gondolkodás elsajátítására helyezték a súlyt. A Képletgyűjtemény tartalmazza a könyv fontosabb táblázatait is. Itt hívjuk fel a figyelmet az ugyancsak ehhez a könyvhöz csatlakozó Példatárra, amelyik nagyszámú valós és konstruált elméleti és gyakorlati feladat, bemutató példa és esettanulmány segítségével visz közelebb a statisztika megértéséhez, szakszerű és helyes alkalmazásához.

A könyv megírása során sokaktól kaptunk segítséget, illetve sokak áldozatos munkája testesül meg a két szerző neve alatt megjelenő könyvben. Ezek közül legelsőként kell megemlítenünk Mundrucsyó Györgyül, akit tragikus halála megakadályozott abban, hogy részt vegyen a korábbi sikeres könyv új változatának megírásában, ám egyes gondolatait, megoldásait, példái, feladatait tovább élnek ebben a könyvben. Köves Pál lektorként adta át kivételesen nagy tudását és tapasztalatait, a BKÁE Statisztika Tanszékének munkatársai pedig a jelen könyv előzményeivel szerzett oktatási tapasztalataik velünk való megosztásával, továbbá az egyes fejezetek szakmai vitáján való aktív részvételükkel segítették a munkát. Külön köszönet illeti Hüttl Antóniát a 3.2.3. pont első változatához fűzött értékes észrevételeiért és Oravec<sup>^</sup> Beatrixot, aki a példák számanyagát és megoldásait ellenőrizte nagy gondossággal.

A kiadással kapcsolatban Hunyadi Lás<sup>^</sup>lóné gondos és alapos olvasó szerkesztőként járult hozzá a munka sikeréhez. A szerzőket a könyv megírása során a Széchenyi Professzori Ösztöndíj is segítette a nyugodt munka biztos anyagi hátterének megteremtésében. A könyv kiadásához nagyban hozzájárultak a különféle pályázatokon elnyert támogatások is. Külön köszönet illeti a KSH-t és annak illetékes vezetőit, akik felismerve a tudomány és az oktatás kiemelkedően fontos szerepét lehetővé tették, hogy a

könyv a Statisztikai módszerek a társadalmi és gazdasági elemzésekben című szak- és tankönyvsorozat részeként megjelenjék.

Végül arra kérjük a könyv valamennyi olvasóját, hogy juttassa el hozzánk a könyv használata során szerzett bárminemű tapasztalatait.

Budapest, 2002.

*A szerzők*

## **Előszó a második és a harmadik kiadáshoz**

Könyvünk második kiadását egy évvel az első kiadás után jelentetjük meg. A második kiadást elsősorban az tette szükségessé, hogy az első kiadásból egy év alatt mintegy 1500 példány elfogyott, hiszen a könyvet az ország több felsőoktatási intézményében is tananyagként használják.

A gyors második kiadás jól is jön, mert az első kiadásba sajnos több — esetenként elég súlyos — sajtóhiba került. Ezekon kívül nem merült fel olyan igény, ami a könyv lényeges átdolgozását tette volna szükségessé. A tudomásunkra jutott sajtóhibák kijavításán kívül mindössze néhány technikai jellegű változtatást és kisebb szövegbeli pontosítást végeztünk. Egyedüli kivétel ez alól a bruttó hazai termékkel és indexeivel foglalkozó 3.2.3. alpont, aminek a szövegét kissé átdolgoztuk. Az átdolgozás azt a célt szolgálja, hogy az alpont tárgya a korábbinál könnyebben érthetővé váljon a közgazdaságtani tanulmányaik letelején járó hallgatók számára is.

Frissítettük a könyv mellékletét képező Képletgyűjteményt is: kijavítottuk benne a tudomásunkra jutott sajtóhibákat, a táblázatokat kissé átrendezve kényelmesebbé tettük azok használatát, és néhány képlettel is kibővítettük.

A harmadik kiadásban már csak a még mindig megmaradt kisebb hibákat javítottuk. Továbbra is kérjük a könyv minden Olvasóját, hogy ossza meg velünk a könyv használata során szerzett bármilyen fajta tapasztalatait.

Budapest, 2004. szeptember

*A Szerzők*

HUNYADI LÁSZLÓ – VITA LÁSZLÓ

**Statisztikai  
képletgyűjtemény  
és táblázatok**

Oktatási segédlet  
a Statisztika közgazdászoknak című könyvhöz

Budapest, 2006  
Harmadik javított kiadás, második utánnnyomás



© Központi Statisztikai Hivatal, 2006

© Hunyadi László, 2006

© Vita László, 2006

**1. ALAPFOGALMAK**

Abszolút és relatív hibakorlát:  $\hat{a} = \frac{10^{sz}}{2}$ ,  $\alpha = \frac{a}{A}$ ,  $\hat{\alpha} = \frac{\hat{a}}{A}$ .

**VISZONYSZÁMOK:**

$$V = \frac{A}{B}, \quad A = B \cdot V, \quad B = \frac{A}{V}.$$

Nyers és tisztított:  $\frac{A}{B} = \frac{A}{b} \cdot \frac{b}{B}$ .

Dinamikus:  $b_t = \frac{Y_t}{Y_b}$ ,  $l_t = \frac{Y_t}{Y_{t-1}}$ ,

$$\frac{b_t}{b_{t-1}} = \frac{Y_t}{Y_b} : \frac{Y_{t-1}}{Y_b} = \frac{Y_t}{Y_{t-1}},$$

$$\frac{Y_t}{Y_b} : \frac{Y_c}{Y_b} = \frac{Y_t}{Y_c},$$

$$\frac{A_t}{A_b} : \frac{B_t}{B_b} = \frac{A_t}{B_t} : \frac{A_b}{B_b},$$

$$\frac{Y_{b+1}}{Y_b} \cdot \frac{Y_{b+2}}{Y_{b+1}} \cdot \dots \cdot \frac{Y_{b+k}}{Y_{b+k-1}} = \frac{Y_{b+k}}{Y_b}.$$

**2. AZ INFORMÁCIÓSŰRÍTÉS ESZKÖZEI**

**MENNYISÉGI SOROK:**

$$g_i = \frac{f_i}{N}, \quad Y_i = \frac{1}{2}(Y_{i0} + Y_{i1}).$$

$$S_i = \sum_{Y_j \in C_i} Y_j \approx f_i \cdot Y_i, \quad Z_i = \frac{S_i}{\sum_{i=1}^k S_i} \approx \frac{f_i Y_i}{\sum_{i=1}^k f_i Y_i}.$$

$$K'_i = \sum_{j=1}^i K_j, \quad K''_i = \sum_{j=i}^k K_j = K'_k - K'_{i-1}.$$

**KVANTILISEK:**

Rangsorból:  $s_{i/k} = \frac{i}{k}(N+1)$ ,  $Y_{i/k} = Y_{[s_{i/k}]}^* + \{s_{i/k}\}(Y_{[s_{i/k}]+1}^* - Y_{[s_{i/k}]}^*)$ .

Osztályközös gyakorisági sorból:  $\hat{Y}_{i/k} \approx Y_{q0} + \left(\frac{i}{k}N - f'_{q-1}\right) \cdot \frac{h_q}{f_q}$ .

**HELYZETI KÖZÉPÉRTÉKEK:**

$$\hat{M}_e = Y_{me,0} + \frac{N - f'_{me-1}}{f_{me}} \cdot h_{me}, \quad \hat{M}_o \approx Y_{mo,0} + \frac{d_a}{d_a + d_f} \cdot h_{mo}.$$

$$d_a = f_{mo} - f_{mo-1}, \quad d_f = f_{mo} - f_{mo+1}.$$

**SZÁMTANI ÁTLAG:**

Egyedi adatokból:  $\bar{Y} = \frac{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i}{N} = \frac{\sum Y}{N}$ . Értékösszegből:  $\bar{Y} = \frac{S}{N}$ .

Osztályközös gyakorisági vagy értékösszeg sorból:

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i Y_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i Y_i}{N} = \frac{\sum fY}{N}, \quad \bar{Y} = \frac{S}{\sum f_i} \approx \frac{\sum S_i}{\sum Y_i}.$$

**EGYÉB ÁTLAGFAJTÁK:**

| Elnevezés                     | Jelölés     | Számításmód a                          |   |
|-------------------------------|-------------|--|---|
|                               |             | súlyozatlan                            | súlyozott                                 |
|                               |             | esetben                                |   |
| Harmonikus átlag              | $\bar{Y}_h$ | $\frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{Y_i}}$ | $\frac{N}{\sum_{i=1}^k \frac{f_i}{Y_i}}$  |
| Mértani (geometriai) átlag    | $\bar{Y}_g$ | $\sqrt[N]{\prod_{i=1}^N Y_i}$          | $\sqrt[N]{\prod_{i=1}^k Y_i^{f_i}}$       |
| Négyzetes (kvadratikus) átlag | $\bar{Y}_q$ | $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N Y_i^2}{N}}$  | $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i Y_i^2}{N}}$ |

**SZÓRÓDÁSI MUTATÓK:**

Terjedelem:  $R = Y_{\max} - Y_{\min}$ ,  $R_{1-2/k} = Y_{(k-1)/k} - Y_{1/k}$ ,  $k > 2$ .

Átlagos különbség:  $G = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |Y_i - Y_j|$ ,

$$G = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k f_i f_j |Y_i - Y_j|, \quad G = \frac{2}{N(N-1)} \cdot \sum_{i=1}^k f_i (f'_i - f''_i) Y_i.$$

Átlagos eltérés:  $d_i = Y_i - \bar{Y}$ ,  $\delta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |d_i|$  vagy  $\delta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k f_i |d_i|$ .